

ОТЗЫВ

отечественного научного консультанта PhD Науразбековой А.С.
на диссертационную работу Дүйсенгалиевой Бибинур Амыркановны
на тему «Автоморфизмы алгебр дифференциальных многочленов и свободных
алгебр Новикова», представленную на соискание ученой степени доктора
философии (PhD) по специальности 6D060100 – «Математика»

Исследование структуры групп автоморфизмов алгебр, особенно свободных алгебр конечного ранга является одним из центральных направлений современной алгебры. Еще в 1915-24 гг. в серии работ Нильсен доказал, что все автоморфизмы свободных групп конечного ранга являются ручными. Классическая теорема Юнга (1942 г.) – ван дер Калка (1953 г.) утверждает, что автоморфизмы алгебры многочленов от двух переменных являются ручными. В 2001 году У. Умирбаев и И. Шестаков доказали, что автоморфизм Нагаты алгебры многочленов от трех переменных над полем нулевой характеристики является диким. В 1964 году П. Кон доказал, что все автоморфизмы свободных алгебр Ли конечного ранга являются ручными. В 1970-72 гг. Л. Макар-Лиманов и А. Чернякевич доказали, что автоморфизмы свободных ассоциативных алгебр ранга два также являются ручными. Аналог этого результата для двупорожденных свободных правосимметричных алгебр был получен Д. Козыбаевым, Л. Макар-Лимановым и У. Умирбаевым, а для свободных алгебр Пуассона над полем нулевой характеристики У. Турусбековой, Л. Макар-Лимановым и У. Умирбаевым. В 2004 году У. Умирбаев также доказал, что автоморфизм Аника свободной ассоциативной алгебры от трех переменных над полем нулевой характеристики является диким.

Развитие теории дифференциальных алгебр началось с работ Ж. Ритта и Е. Колчина, в которых, аналогично использованию алгебр многочленов для исследования систем полиномиальных уравнений, используются методы абстрактной алгебры для исследования систем алгебраических дифференциальных уравнений. В настоящее время теория дифференциальных алгебр представляет одну из очень развитых областей математики, которая полна глубокими и интересными результатами, и включает в себя теорию алгебраических дифференциальных уравнений, теорию дифференциальных многообразий и дифференциальную алгебраическую геометрию, дифференциальную теорию Галуа.

Алгебры Новикова изначально возникли в теоретической физике для описания условия гамильтоновости операторов определенного вида. Результаты первых исследований алгебр Новикова можно найти в работах И. Гельфанд и И. Дорфмана в 1979 г.; а явно алгебры Новикова были введены в 1985 г. в работах А. Балинского и С. Новикова для изучения скобок Пуассона гидродинамического типа. Конструкция Гельфанд-Дорфмана тесно связывает алгебры Новикова с дифференциальными алгебрами. Исследование алгебр Новикова с помощью их представления в дифференциальных алгебрах,

без сомнения, взаимно обогащает комбинаторные теории алгебр Новикова и дифференциальных алгебр.

В дальнейшем для алгебр Новикова различными математиками проводились исследования сугубо теоретического характера. Так Е. Зельманов доказал, что всякая конечномерная алгебра Новикова над полем нулевой характеристики является полем, В. Филиппов построил примеры неассоциативных конечномерных простых алгебр Новикова над полем нулевой характеристики и бесконечномерных простых алгебр Новикова над полем нулевой характеристики. Кроме того, следует отметить работы М.Дж. Осборна, посвященные изучению простых алгебр Новикова с идемпотентом, и К. Кеу, доказавшего классификационную теорему для простых алгебр Новикова. А. Джумадильдаев и К. Лофвалл построили базисы свободных алгебр Новикова и нашли представление свободных алгебр Новикова через обыкновенные алгебры дифференциальных многочленов с помощью умножения $a \circ b = a(\theta b)$. Л. Бокуть, Ю. Чен, Ж. Жанг показали, что такое представление имеет место и для несвободных алгебр Новикова. Л. Макар-Лиманов и У. Умирбаев доказали теорему о свободе для алгебр Новикова.

Представленная диссертационная работа посвящена исследованию групп автоморфизмов алгебры дифференциальных многочленов и свободных алгебр Новикова. Она выполнена по программе фундаментальных исследований Министерства образования и науки Республики Казахстан по теме «Комбинаторная теория и автоморфизмы дифференциальных алгебр».

Тема диссертации отвечает общенаучным и общегосударственным запросам развития науки и техники и является актуальной.

В рамках требований к PhD диссертациям можно выделить следующие научные результаты диссертационной работы:

- доказано, что группа ручных автоморфизмов алгебры дифференциальных многочленов ранга два представляется в виде амальгамиированного свободного произведения групп аффинных автоморфизмов и треугольных автоморфизмов;

- доказано, что любой не аффинный ручной автоморфизм алгебры дифференциальных многочленов ранга два является элементарно сократимым;

- построен пример дикого автоморфизма (аналог автоморфизма Аника) частных дифференциальных алгебр многочленов от двух переменных над полем нулевой характеристики;

- построен пример нетриангулируемого локально-нильпотентного дифференцирования частных дифференциальных алгебр многочленов от двух переменных над полем нулевой характеристики;

- описаны базисные элементы свободных алгебр Новикова в дифференциальных алгебрах;

- доказано, что группа ручных автоморфизмов свободной алгебры Новикова ранга два представляется в виде амальгамиированного свободного произведения групп линейных автоморфизмов и треугольных автоморфизмов;

- построен пример дикого автоморфизма (аналог автоморфизма Нагаты) свободных алгебр Новикова от трех переменных над полем нулевой характеристики;

- построен пример нетриангулируемого локально-нильпотентного дифференцирования свободных алгебр Новикова от трех переменных над полем нулевой характеристики;

- доказано, что дифференциальная зависимость конечной системы элементов алгебры дифференциальных многочленов над конструктивным полем нулевой характеристики алгоритмически распознаваема;

- доказано, что Новиков зависимость конечной системы элементов свободной алгебры Новикова над конструктивным полем нулевой характеристики алгоритмически распознаваема.

Каждый из отмеченных результатов снабжен полными и подробными доказательствами. В доказательствах докторантка находит важные свойства элементов алгебры дифференциальных многочленов, изящное описание базисных элементов свободных алгебр Новикова в дифференциальных алгебрах, и умело их применяет для получения основных результатов докторантской работы. Одним из методов, использованных в работе, является метод сокращения – удобный и весьма продуктивный метод исследования автоморфизмов. Именно этот метод был применен для решения известной проблемы Нагаты об автоморфизмах алгебры многочленов от трех переменных. Докторантка преодолевает трудные вычисления и применяет очень сложные комбинаторные рассуждения при доказательствах теорем.

Все результаты докторантуры являются новыми. В ходе доказательств докторантка открывает новые комбинаторные методы работы с алгебрами дифференциальных многочленов и свободными алгебрами Новикова, которые позволяют ей обходить комбинаторные сложности, возникающие при исследовании неассоциативных алгебр.

Полученные результаты полностью соответствуют названию докторантуры. Постановки задач, формулировки результатов, методы их решения, заключения характеризуются конкретностью и внутренним единством.

Полученные результаты могут быть применены для дальнейшего исследования алгоритмических проблем и комбинаторных вопросов алгебр дифференциальных многочленов, алгебр Новикова и других неассоциативных алгебр, а также могут быть использованы в качестве специальных курсов в учебном процессе по подготовке кадров по специальности математика.

Основные положения, результаты, выводы и заключения докторантуры опубликованы в 9 работах: 1 статья в журнале входящий во второй квартиль в базе Web of Science, 2 статьи в журналах имеющие процентили 39 и 18 по CiteScore в базе Scopus, 2 статьи в журнале рекомендованном Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, 4 тезиса в материалах международных конференций.

По своей научной значимости и новизне полученных результатов диссертационная работа Дүйсенгалиевой Бибинур Амыркановны на тему «Автоморфизмы алгебр дифференциальных многочленов и свободных алгебр Новикова» отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям PhD и ее автор заслуживает ученую степень доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – «Математика».

Отечественный научный консультант,
PhD, и.о. доцента кафедры
алгебры и геометрии
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

А.С. Науразбекова

28 октября 2020 г.

